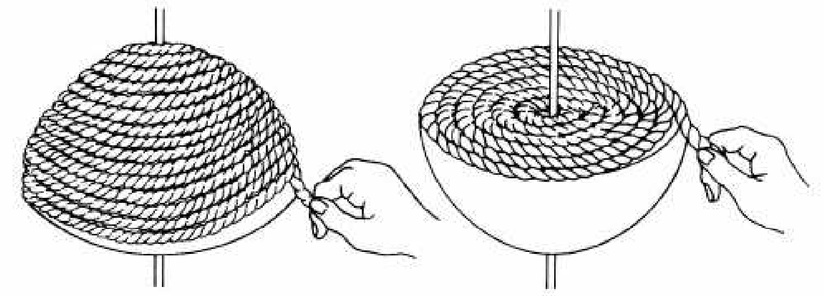
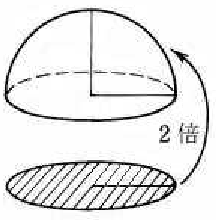
§３　球の表面積・体積

1　球の表面積

　直径２０cmの半球と直径２０cmの円に同じ太さのロープを巻き付け、その長さを比べてみました。このとき、半球を巻き付けるのに必要なロープの長さは、円を巻き付けるのに必要な長さのおよそ２倍です。





　このことは、半球面の面積が同じ半径の円の面積の２倍であることを示しています。

　したがって、球の表面積は、同じ半径の円の面積の４倍になります。

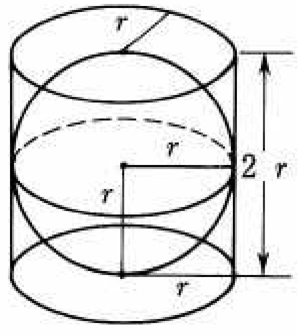
球の表面積

半径ｒの球の表面積をＳとすると

$$S = 4\pi r^2$$

練習１　半径２cmの球の表面積を求めなさい。また、半径３cmの球の表面積を求めなさい。

練習２　半径ｒの球と、その球がすっぽり入る大きさの円柱があります。

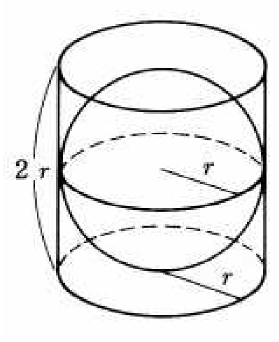


（１）球の表面積と、円柱の側面積を比べなさい。

（２）球の表面積と、円柱の表面積を比べなさい。

2 球の体積

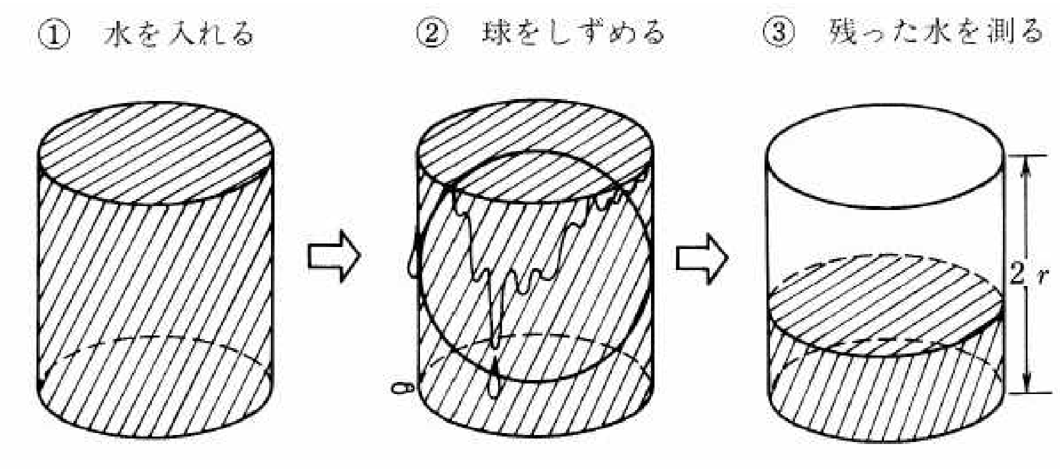
底面の半径がｒ、高さが２ｒの円柱の水そうと、それにぴったり入る半径ｒの球があります。



① 円柱に水をいっぱい入れます。

② 水を入れた円柱に、球を静かにしずめます。

③ 球を取り出し、水そうに残った水の量を測ります。



残った水の量は、円柱の体積の $\frac{1}{3}$ でした。つまり、この球の体積は、円柱の体積の $\frac{2}{3}$ ということになります。

問い　（１）この円柱の体積を求めなさい。

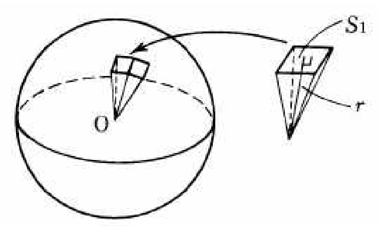
（２）この球の体積を求めなさい。

球の体積

半径ｒの球の体積をＶとすると

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

この公式は、球の表面積の公式を使って、次のように説明することもできます。



球の表面を小さな四角形に区切り、その面積を S_1 ， S_2 ， S_3 ，…とします。この四角形の頂点と球の中心を結ぶと、四角錐ができます。この四角錐の高さは、球の半径ｒになっています。

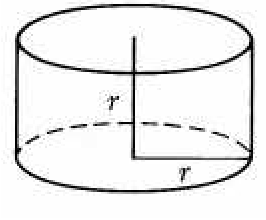
球の体積をＶ、球の表面積をＳとすると、

$$\begin{aligned}
\text{球の体積}V &= \frac{1}{3}\times S_1\times r+\frac{1}{3}\times S_2\times r+\frac{1}{3}\times S_3\times r+\cdots \\
&= \frac{1}{3}\times(S_1+S_2+S_3+\cdots)\times r \\
&= \frac{1}{3}\times(\text{球の表面積}S)\times r \\
&= \frac{1}{3}\times(4\pi r^2)\times r \\
&= \frac{4}{3}\pi r^3
\end{aligned}$$

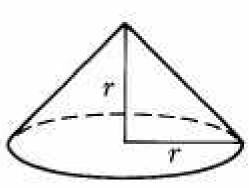
<u>練習１</u>　半径３㎝の球の体積を求めなさい。また、半径５㎝の球の体積を求めなさい。

<u>練習２</u>　次の３つの立体の体積を、ｒの式で求めなさい。また、その体積の間には、どのような関係があるでしょうか。

①



②



③